

5 図1のように、直方体状の容器があり、その中には水をさえるために、底面と垂直な長方形のしきりがある。この容器に、図2のような直方体のおもりを、容器の頂点Aとおもりの頂点Bとが重なるように入れて固定する。次に、その容器の底面に、排水量を調整できる排水装置 p, q を取りつけて図3のようにし、水平に置いた。なお、容器としきりのそれぞれの厚さは考えないものとする。

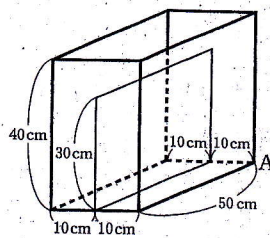


図1

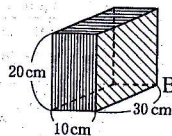


図2

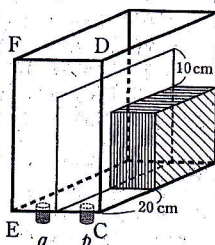


図3

- 次の(1), (2)の問いに答えなさい。
- (1) 図3の容器を満水にし、 p, q から同時に排水を始める。 p から毎秒 200 cm^3 , q から毎秒 300 cm^3 の割合で排水し、 p の側の水面の高さは辺CDで測り、 q の側の水面の高さは辺EFで測る。排水を始めてからの時間を x 秒、辺CDで測る水面の高さを y cm とする。
- (ア) 辺CDで測る水面の高さが 30 cm となるのは、排水を始めてから何秒後であるかを求めなさい。
- (イ) 排水を始めてから、辺CDで測る水面の高さが 0 cm になるまでの、 x と y との関係を表すグラフをかきなさい。
- (ウ) しきりの両側の水面の高さが、 0 cm と 30 cm の間で等しくなるのは、排水を始めてから何秒後であるかを求めなさい。
- (2) 図3の容器を満水にし、 p, q から同時に排水を始め、しきりの両側の水が同時になくなるようにしたい。 p から毎秒 200 cm^3 の割合で排水するとき、 q からの排水の割合を毎秒何 cm^3 にすればよいかを求めなさい。

解答 (1) (ア) $CD=30 \text{ cm}$ とするまでには、 p, q 両方で排水する。1秒間に 500 cm^3 排水される。しきりの上端までの体積は $10 \times 50 \times 10 = 10000 \text{ cm}^3$ 従って $10000 \div 500 = 20$ (秒) (答)

(イ) $0 \leq x \leq 20$ のとき 20秒で 10 cm 下がるので 1秒では $\frac{1}{2} \text{ cm}$ 下がる。おもりの上面まで水面が下がるためには、 $10 \times 10 \times 50 \div 200 = 25$ 秒かかる。従って $20 \leq x \leq 45$ $y = 40 - \frac{1}{2}x$
 $20 \leq x \leq 45$ 25秒で 10 cm 下がるので (1秒あたり) $\frac{10}{25} = \frac{2}{5} (\text{cm/秒})$

$$y = 30 - \frac{2}{5}(x - 20) = 38 - \frac{2}{5}x$$

この後は $10 \times 20 \times 20 = 4000 \text{ cm}^3$ の水と $200 \text{ cm}^3/\text{秒}$ で排水するので
 $4000 \div 200 = 20$ (秒) かかる 20秒で 20 cm 下がるから 毎秒 1 cm

従って $45 \leq x \leq 65$ のとき

$$y = 20 - (x - 45) = 65 - x$$

整理すると

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 20 & y = 40 - \frac{1}{2}x \\ 20 \leq x \leq 45 & y = 38 - \frac{2}{5}x \\ 45 \leq x \leq 65 & y = 65 - x \end{cases}$$

- (2) しきりの上端から下の部分には $10 \times 50 \times 30 = 15000 \text{ cm}^3$ あり、この水を 45 秒で排水すればよい。よって q の排水量を $x \text{ cm}^3/\text{秒}$

$$\text{とすれば} \frac{15000}{x} = 45 \quad x = \frac{1000}{3} (\text{答})$$

