特色化入試問題と解答（B問題）

4 次の(1)〜(6)の問いに答えなさい。

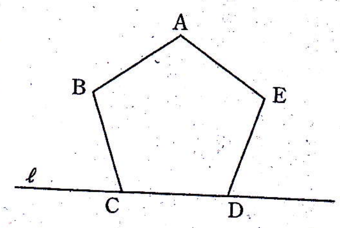
(1) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\div\frac{1}{4}$ を計算しなさい。

(2) $x=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$，$y=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ のときの，式 x^2-y^2 の値を求めなさい。

(3) $y=\frac{24}{x}$ のグラフ上の点で，x 座標も y 座標も自然数である点の個数を求めなさい。

(4) Aさん，Bさん，Cさんの3人は，袋の中に入っている 2，4，6 の数字を1つずつ書いた3枚のカード $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\boxed{6}$ を使って，13個の石を分けるゲームを行う。まずAさんがこの袋の中からカードを1枚取り出して，そのカードの数字の数だけ石を取り，カードを袋の中にもどす。次にBさんがこの袋の中からカードを1枚取り出して，そのカードの数字の数だけ石を取る。最後にCさんが残った石をすべて取る。このゲームで，Cさんが取った石の数が，3人の中で一番多くなる確率を求めなさい。

(5) 右の図で，五角形ABCDEは正五角形であり，2点C，Dは直線ℓ上にある。この直線ℓ上に2点F，Gをとり，AF＝AGの二等辺三角形AFGをつくる。正五角形ABCDEと二等辺三角形AFGの面積が等しくなるとき，∠AFGの大きさを求めなさい。



(6) 3つの円A，B，Cがあり，それぞれの円の半径は $a$cm，$b$cm，$(a+b)$cm である。円Aの面積と円Bの面積との和が，円Cの面積の $\frac{1}{2}$ となるとき，$a=b$ であることを証明しなさい。（円周率は π を用いなさい。）

解答

(1) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\times 4=\frac{1}{2}-\frac{4}{3}=\frac{3-8}{6}=-\frac{5}{6}$

(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$，　$x+y=\sqrt{3}$，$x-y=\sqrt{2}$ だから $x^2-y^2=\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{6}$ (答)

(3) $y=\frac{24}{x}$ 格子点は

x	1	2	3	4	6	8	12	24
y	24	12	8	6	4	3	2	1

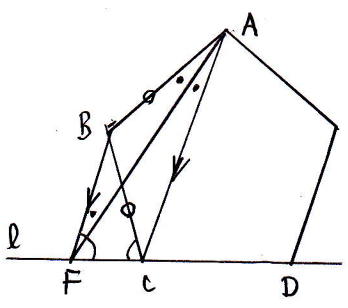
8個 (答)

(4) Cさんが取った石の数が3人の中で最多になる場合は，A,Bさんが $\boxed{6}$ のカードを取らない場合である。その場合の数は次の4通りである

(A, B)＝(2, 2)，(2, 4)，(4, 2)，(4, 4)

場合の総数は $3^2=9$　したがってその確率は $\frac{4}{9}$ (答)

(5)



題意を満たす三角形はAC∥BFとなるように点Fをとり同様にGをとればよい。

∠BFC＝∠ACD＝∠BCF＝72°　∴BF＝BC＝BA

∠ABF＝108°＋(180°−72°×2)＝144°

∠BFA＝(180°−144°)÷2＝18°

∠AFC＝72°−18°＝54° (答)

(6) $\pi a^2+\pi b^2=\frac{1}{2}\pi(a+b)^2$

$2(a^2+b^2)=a^2+2ab+b^2$　∴ $(a-b)^2=0$　よって $a=b$ (証明終り)